MONTE-CARLO · TP NOTÉ DU CHAPITRE 1 · PAR GROUPES

Combien mettre en Bourse ?

Conseiller un client avec dix mille avenirs, et le prouver

En bref

Vous conseillez un client qui place 100 000 € pendant dix ans. Il hésite entre huit parts en actions : 0, 25, 50, 75, 100, 150, 200 ou 300 %. Avec 300 %, il achèterait pour 300 000 € d'actions et emprunterait 200 000 €. La possibilité d'emprunter rend la moyenne attrayante. Votre rôle est de lui montrer ce que ce choix peut donner sur la fortune avec laquelle il termine.

> *« Je veux récupérer au moins ma mise. J'accepte jusqu'à 10 % de risque de finir en dessous. Pour qu'une offre me convienne, je demande que le haut de votre marge pour ce risque soit strictement sous 10 %. Parmi les offres qui passent, conseillez-moi celle dont la fortune médiane est la plus élevée. »*

La *médiane* partage en deux les fortunes finales classées. La *marge* indique de combien une estimation faite sur des tirages peut s'écarter de la valeur cherchée : avec assez de tirages, l'écart reste sous la marge environ 95 fois sur 100. La borne haute vaut l'estimation plus la marge : c'est le haut de la marge du client. Le carnet la compare au plafond avant arrondi : 10,00 % affiché peut cacher 9,998 %. Si deux offres admises ont exactement la même médiane, le client préfère la plus petite part en actions.

Ce que vous connaissez au départ. Votre groupe a son μ : le taux auquel on suppose que le prix moyen de l'action croît (de 7,1 % à 8,7 % selon les groupes). La volatilité vaut 20 %, elle règle l'ampleur des mouvements. Le compte bancaire rapporte un taux de 5 % par an composé en continu ; l'emprunt coûte le même taux. Chaque mois, vous replacez la part choisie de votre richesse en actions. La simulation part de 100 € ; pour écrire au client, multipliez les montants en euros par 1000. Les chances restent les mêmes. On parle d'« avenirs » : chacun est une suite possible de dix ans de marché ; le client n'en vivra qu'un.

Votre travail. Écrivez d'abord votre pari. Simulez les mêmes 10 000 avenirs pour toutes les offres. Vérifiez le rééquilibrage à la main, puis confrontez la moyenne à un résultat exact. Signez votre conseil avec votre tirage. Vous découvrirez ensuite la valeur de référence qui sert à prévoir le coût d'une nouvelle étude.

> **À rendre.** Un seul courriel par groupe, à votre enseignant (adresse donnée en séance), avant le vendredi 20 novembre 2026, 23 h 59. Objet : « Exercice Bourse — groupe NN ». Deux pièces jointes : `groupeNN_carnet.ipynb` (le carnet, exécuté de bout en bout) et `groupeNN_rapport.pdf` (le rapport, qui explique ce que vous avez fait, les noms des membres en première page) ; NN est le numéro du groupe sur deux chiffres : objet « Exercice Bourse — groupe 07 », fichiers groupe07_… Dans Colab, téléchargez le carnet au format .ipynb (menu Fichier) : un lien de partage ne suffit pas. Votre pari peut être démenti : expliquez alors quel résultat vous a fait changer d'avis.

PARTIE	QUESTIONS
Partie 0 · Mise en route et pari	Q0
Partie 1 · La Bourse, mois par mois (en classe, jeudi)	Q1.1, Q1.2, Q1.3
Partie 2 · Rééquilibrer chaque mois	Q2.1, Q2.2, Q2.3
Partie 3 · Huit offres, les mêmes avenirs	Q3.1, Q3.2, Q3.3
Partie 4 · Face au juge	Q4.1
Partie 5 · Le mandat du client	Q5.1, Q5.2, Q5.3
Partie 6 · La marge tient-elle ses promesses ?	Q6.1, Q6.2

Quand vous ouvrez le carnet

- Écrivez votre numéro de groupe, sans zéro devant : `GROUPE = 7`. Puis exécutez les cellules dans l'ordre, de haut en bas.

- `...` marque une ligne à écrire. Tant qu'elle vaut `...`, sa vérification dit « à compléter » et le carnet continue.
- `verifier("Q2.1")` répond « ✓ » et ce qui est juste, ou « ✗ » et l'endroit à reprendre.
- Si une cellule s'arrête parce qu'une ligne « À vous » d'une question précédente vaut encore `...`, le carnet le dit en une phrase : complétez cette ligne, puis relancez les cellules dans l'ordre.
- `R` contient des **facteurs** mensuels : une ligne par avenir, une colonne par mois. Les tableaux de prix et de richesse ont une colonne de plus, celle du versement initial.
- Dans le code, les décimales prennent un point : `0.2`, pas `0,2`. Le texte les affiche avec une virgule.
- Jupyter : gardez `verifications.py` dans le même dossier que le carnet. Google Colab : ouvrez seulement ce carnet, il contient tout ce qu'il faut.
- Après une pause, une déconnexion de Colab ou un redémarrage, Python a tout oublié : relancez les cellules depuis le haut (Exécution › Tout exécuter).
- Les cases ① à ④ sont celles de la fiche de la séance 1 : ① compter, ② faire la moyenne, ③ l'erreur et le budget, ④ la marge.

Si votre groupe prend du retard. Q2.3 est facultative : sautez-la et regardez sa figure dans l'annexe de la consigne (page 3). L'expérience interactive est facultative. Ne sautez pas : le test à la main de Q2.2, la contribution des plus grandes fortunes (Q3.3), la comparaison au juge (Q4.1), le conseil signé (Q5.2) et le compte de Q6.1.

OUTIL FOURNI	CE QUE VOUS LUI DONNEZ	CE QUE VOUS RÉCUPÉREZ
`preparer_chemin(R, mise)`	Les facteurs et le versement de départ	Un tableau prêt à remplir, avec la mise dans la première colonne, et le nombre de mois.
`estimer(x)`, repris du premier TP	Une valeur par avenir	`moyenne, marge`, dans l'unité de `x` : pour des fortunes en euros, la marge est aussi en euros.
`proportion(masque)`	Une réponse vrai/faux par avenir, par exemple `W_fin < W0`	`p, bas, haut` : la chance estimée et les bornes de sa marge (formule du cours).
`verifier("Q2.1")`	Le numéro d'une question	« ✓ » et ce qui est juste, « … à compléter », ou « ✗ » et l'endroit où reprendre le calcul.
`lancer(f, ...)`, `fait(x)`	Une de vos fonctions et ses arguments ; un résultat	Le résultat de la fonction, ou `...` tant qu'elle n'est pas finie ; vrai si `x` est calculé.
Cellules de dessin et de tableau	Vos tableaux	Les mêmes chemins sur les figures, des axes avec leurs unités.

Si vous n'observez aucune perte, pensez au stagiaire du premier TP, qui n'avait vu aucune ruine sur 100 avenirs. Avec 10 000 avenirs et aucun cas, une borne supérieure approximative au niveau 95 % est 0,03 %, soit environ trois divisé par le nombre d'avenirs : le tableau l'écrit « < » (borne indicative après zéro cas). S'il y a entre 1 et 9 pertes, le tableau donne les bornes de la formule du cours, marquées « * » : trop peu de cas pour la marge du cours, ce sont des bornes indicatives. Ces offres ont une borne haute très loin du plafond et passent le mandat. La banque seule a un statut particulier : le modèle dit exactement qu'elle rembourse la mise (« connu : 0 »).

Six nouveautés Python, et pas une de plus. La boucle `for ... in range(...)` répète un calcul. Un indice `j` retrouve l'offre correspondante dans les tableaux. L'écriture `W[:, k + 1] = ...` remplit une date pour tous les avenirs. `np.allclose` compare deux chemins numériques. `np.median` lit la fortune centrale. Enfin, `if ... and ...` applique les deux conditions du client. Les exemples, avec leur résultat, sont donnés en Q1.2, Q2.2, Q3.1, Q3.2 et Q5.1. Les cellules déjà remplies préparent les tableaux, classent les fortunes, arrondissent les budgets et tracent les figures. En Q5.2, le texte entre trois guillemets n'est pas du code : c'est un texte libre, que Python garde tel quel.

L'expérience interactive. Après avoir signé votre conseil (Q5.2), ouvrez experience.html : choisissez d'abord votre groupe ; ses avenirs sont tirés dans le navigateur, différents des vôtres : pour le rapport, reprenez les nombres du carnet. Gardez le bouton « Lancer 200 équipes » pour après Q6.1.

Le rapport

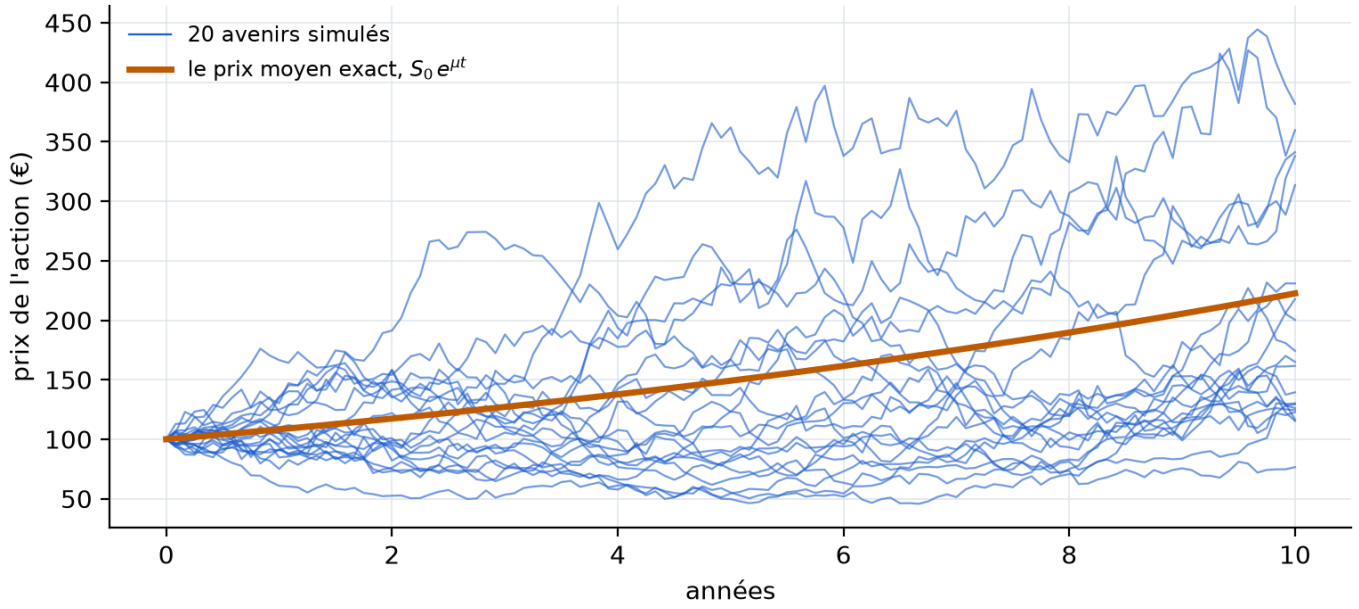
Un rapport qui explique ce que vous avez fait : ce que vous avez calculé, ce que vous en concluez, et votre conseil au client. Sous chaque question du carnet, « Pour le rapport » dit ce qu'il faut y reprendre. En première page : votre groupe, les noms et votre µ ; les montants en euros du client.

Et après ?

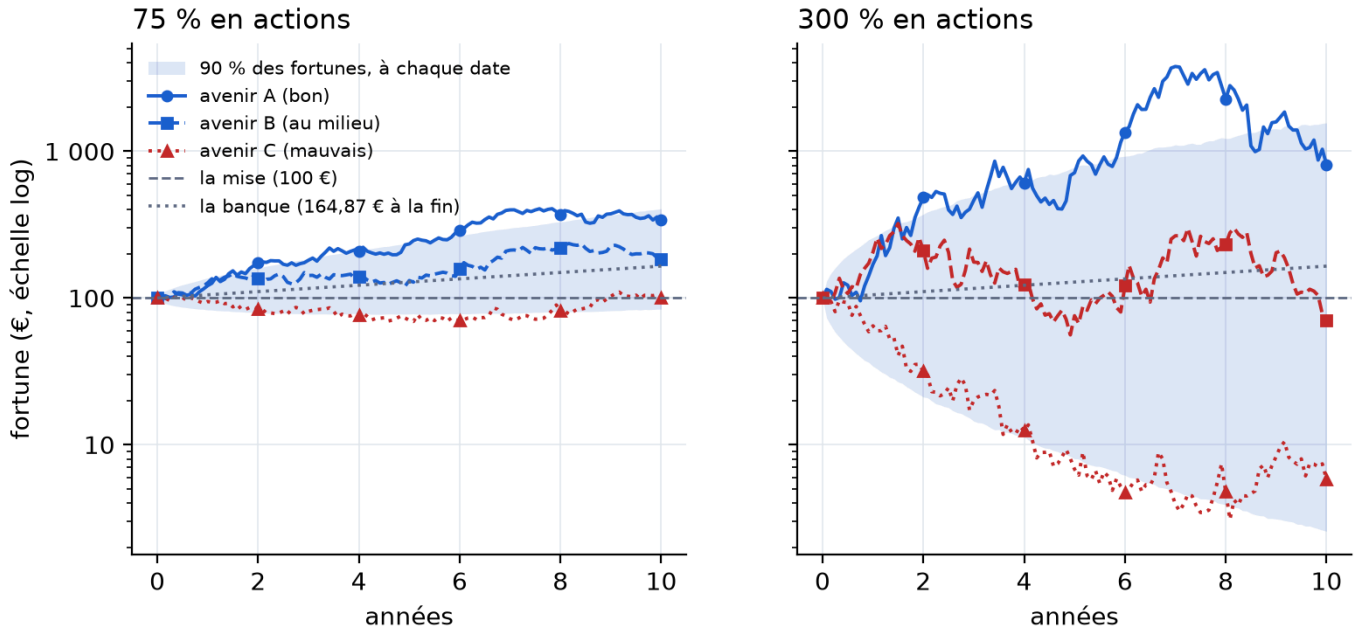
Vous avez choisi une part aujourd'hui, puis remis **la même part** en actions chaque mois. Imaginez maintenant que le client vous dise : « Si j'ai déjà atteint mon objectif avant l'échéance, je voudrais mettre davantage à la banque. Si la Bourse chute, que ferons-nous ? » Deux clients partis avec la même mise pourraient alors prendre des décisions différentes le même mois. Il faudrait choisir **une règle qui dit quoi faire à chaque date selon la richesse disponible**, puis comparer les résultats de ces règles. C'est la question de l'optimisation dynamique, que nous retrouverons dans la suite du cours.

Annexe · Trois figures de l'exemple commun (μ = 8 %)

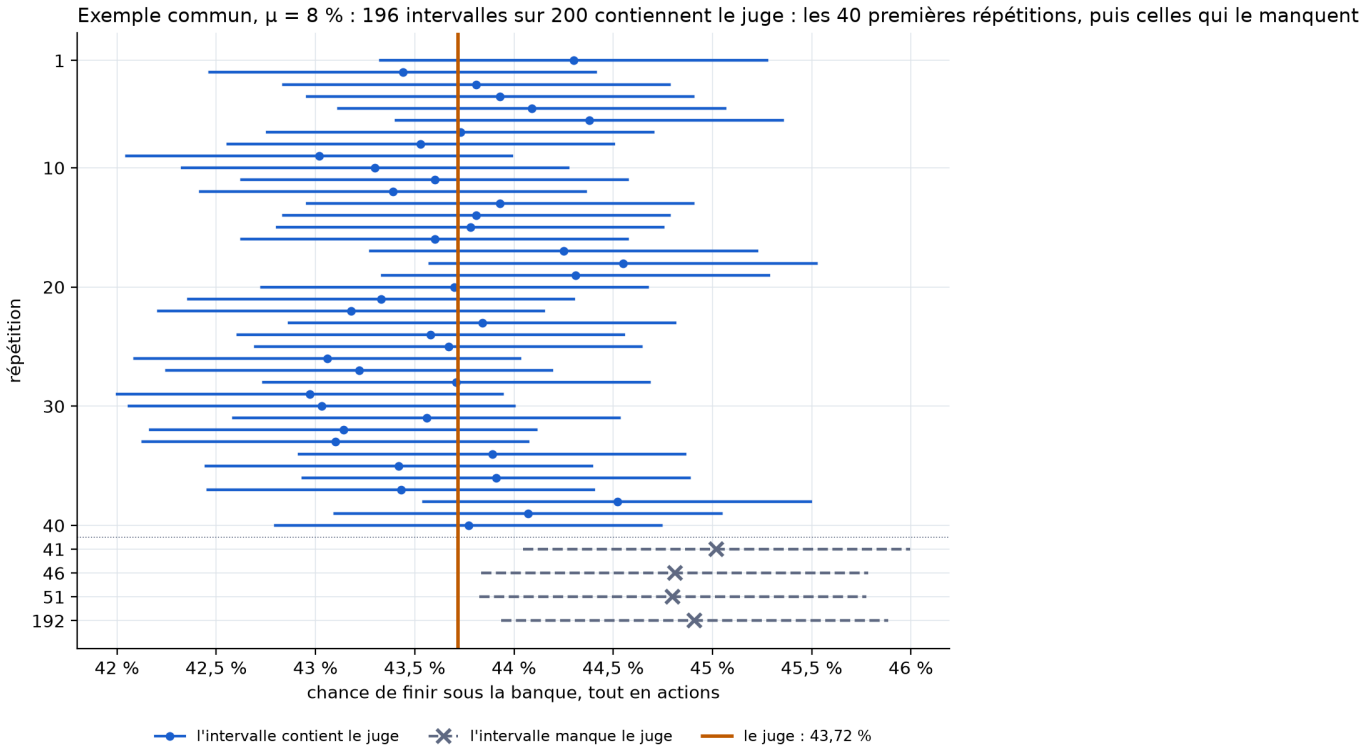
Pour l'allure : les vôtres porteront vos nombres. Les figures qui donnent une réponse (Q3.3, Q5.1) ne sont pas ici.



Q1.2 · Vingt avenirs du prix de l'action (bleu) et le prix moyen exact $S_0\, e^{\mu t}$ (orange). Lisez la dispersion qui grandit avec le temps : la moyenne exacte passe au milieu d'avenirs très différents.



Q2.3 · Les mêmes avenirs, deux parts : 75 % à gauche, 300 % à droite. La bande contient 90 % des fortunes à chaque date ; les avenirs A, B et C (traits et symboles différents) sont les mêmes dans les deux panneaux, en rouge s'ils finissent sous la mise. Lisez l'avenir C : une même baisse coûte bien plus au portefeuille endetté.



Q6.1 · Les 40 premières répétitions, puis celles qui manquent le juge : chaque intervalle à 95 % de la chance de finir sous la banque, tout en actions (bleu : contient le juge ; gris et croix : le manque), et le juge exact (orange). Lisez le compte sur les 200 répétitions, dans le titre : environ 95 %, pas exactement.